



LAS MATEMÁTICAS DEL TIEMPO

ÍNDICE GENERAL

Trigonometría	IV
La Tierra respecto al Sol	VI
0.1. La ecuación del tiempo	VII
Los relojes solares	XI
0.1.1. Reloj ecuatorial	XI
0.1.2. Reloj horizontal	XIII
0.1.3. Reloj vertical orientado	XIV
Paseando entre relojes	XVII
0.2. En la ciudad de Valencia	XVII
0.3. Recorriendo la Huerta Norte	XVIII
0.4. Otos, la ciudad de los relojes	XIX
0.5. El reloj solar preciso del mundo	XX
Glosario	XXI
Fichas	XXIII

TRIGONOMETRÍA

Desde que el tiempo ha sido un concepto, los humanos han buscado documentarlo de manera precisa y obsesiva. El desarrollo del reloj de sol es uno de los intentos más notables de controlar el tiempo, y su simplicidad y genialidad nunca dejan de asombrarnos. Basta con fijar un objeto que proyecta una sombra y hacer unas pequeñas marcas para empezar a monitorizar y etiquetar el paso del tiempo a lo largo del día.

El reloj de sol más antiguo registrado se encontró recientemente en Egipto y se remonta a la época de Thutmosis III, hace unos 3500 años. Consistía en dos listones de piedra, uno servía de gnomon y el otro marcaba las horas.

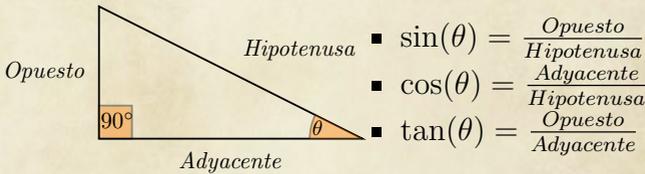
Sin embargo, no fue hasta la época de los griegos que los relojes de sol se volvieron precisos. Los griegos fueron los primeros en colocar el gnomon paralelo al eje de la Tierra, en lugar de vertical. Este cambio fue fundamental, ya que permitió que los relojes midieran horas de la misma duración a lo largo del año, convirtiéndolos en eficaces instrumentos de medición. En el pasado, los relojes mostraban un marcado contraste entre el horario de verano y el horario de invierno.

En particular, los griegos se centraron en el estudio de la geometría (del griego antiguo: geo- "tierra", -metron "medida"), que se ocupaba de las relaciones espaciales. Esta rama, junto con la aritmética (el estudio de los números), fueron los dos campos de las matemáticas premodernas.

Para los antiguos matemáticos griegos, la geometría era la joya de la corona de sus ciencias, logrando una integridad y perfección de metodología que ninguna otra rama del conocimiento había alcanzado.

En geometría, una de las primeras figuras que encontramos es el triángulo. Un triángulo es una forma cerrada con tres lados (segmentos de línea) y tres vértices (los puntos donde se unen los lados). También tiene tres ángulos interiores, y la suma de estos ángulos es siempre 180° .

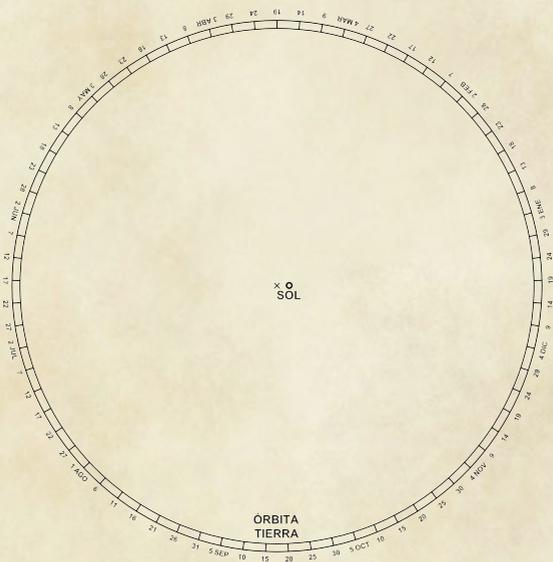
Cuando trabajamos con triángulos y distancias, generalmente usamos las funciones trigonométricas básicas (seno, coseno y tangente) que se definen a continuación.



Estas funciones son la base de la trigonometría (cuyo significado etimológico es la medición de los triángulos) que es la rama de la matemática encargada del estudio de las razones trigonométricas. Esta área de la matemática es la herramienta fundamental para construir relojes solares de forma precisa.

LA TIERRA RESPECTO AL SOL

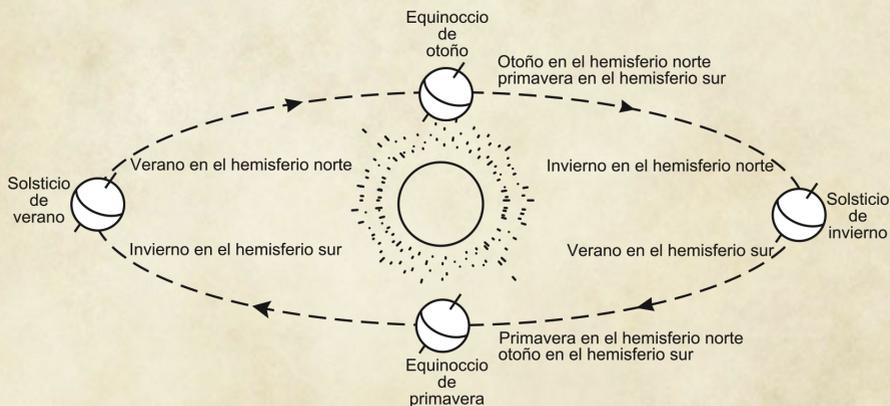
Aunque es común dibujar la órbita de la Tierra alrededor del Sol como una elipse aguda, en realidad la elipse es prácticamente una circunferencia, ya que su valor de excentricidad es prácticamente uno. La siguiente imagen representa la órbita de la Tierra alrededor del Sol a escala.



Fuente: Guía de la Ciudad de las Artes y las Ciencias, [GCAC]

La rotación de la Tierra hace que, desde nuestra perspectiva, parezca que el Sol se mueve en una línea entre las estrellas durante todo el año. Esta línea se conoce como la eclíptica y describe la órbita de la Tierra en el plano de la eclíptica.

El eje de rotación de la Tierra está inclinado $23,5^\circ$ con respecto al plano de su órbita alrededor del Sol. Esta inclinación es responsable de la sucesión de las estaciones.



Fuente: Guía de la Ciudad de las Artes y las Ciencias, [GCAC]

Esta inclinación de la Tierra con respecto al plano de su órbita alrededor del Sol, así como los cambios en la velocidad de la Tierra con respecto al Sol, hacen que el número de horas de cada día varíe a lo largo del año. Además, la línea que separa el día de la noche en las distintas épocas del año no coincide en absoluto con los meridianos terrestres.

0.1 LA ECUACIÓN DEL TIEMPO

Antes de la invención de los relojes mecánicos, el tiempo se definía utilizando el tiempo solar y la hora marcada por los relojes de sol. Sin embargo, el movimiento de la Tierra alrededor del Sol no siempre es constante. Esta variación, combinada con la inclinación del eje de rotación de la Tierra, hace que la duración de la hora solar varíe a lo largo del año. Para establecer un tiempo que tenga la misma duración todos los días del año, se utiliza como medida el tiempo civil, que es el resultado de promediar el tiempo solar a lo largo del año. En consecuencia, existen diferentes tipos de horas:

- Hora solar (solar verdadera, común, astronómica o equinoccial): Es la hora real que marca un reloj de sol. Esta Hora solar no

coincide, excepto cuatro días al año, con la Hora civil (que es una media), debido a la variación en la duración de los días en el ciclo de un año. En esta hora son las 12 del mediodía cuando el Sol cruza el meridiano del lugar (está en el punto más alto del día), está encarado directamente al sur (hemisferio norte).

- Hora civil (o solar media): Es la hora media anual considerando que un día tiene 86 400 segundos referida al meridiano del lugar.
- Hora oficial: es la hora que utilizamos como referencia en nuestro día a día y es la hora que marcan nuestros relojes mecánicos. Se basa en el estándar de tiempo UTC (Universal Time Coordinated - Tiempo Universal Coordinado). UTC se combina con el estándar GMT (Greenwich Mean Time - Tiempo Medio de Greenwich). La diferencia está en que GMT es una zona horaria y la hora UTC es un estándar de tiempo.

La diferencia en minutos entre la hora civil y la hora solar en Valencia está indicada en la siguiente tabla.

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.
Día 1	3	13	12	4	-3	-2
Día 15	9	14	9	0	-4	0

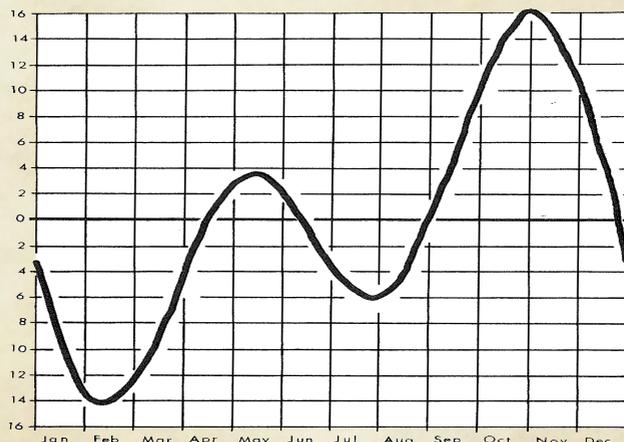
Mes	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
Día 1	4	6	0	-10	-16	-11
Día 15	6	4	-4	-14	-15	-5

Para cualquier otro lugar de España, la corrección se calcula multiplicando la diferencia de la longitud geográfica en grados por cuatro minutos. El resultado será positivo si el lugar se encuentra al oeste del meridiano de Greenwich y negativa, en caso de encontrarse al este. Por ejemplo, en Huelva tendríamos +26 minutos y en Barcelona tendríamos -8 minutos.

Aunque la diferencia es pequeña y puede parecer que no es importante, si no se tiene en cuenta esta corrección, el error se va

acumulando a lo largo de varios meses hasta poder llegar a marcar una diferencia notable respecto a la hora civil.

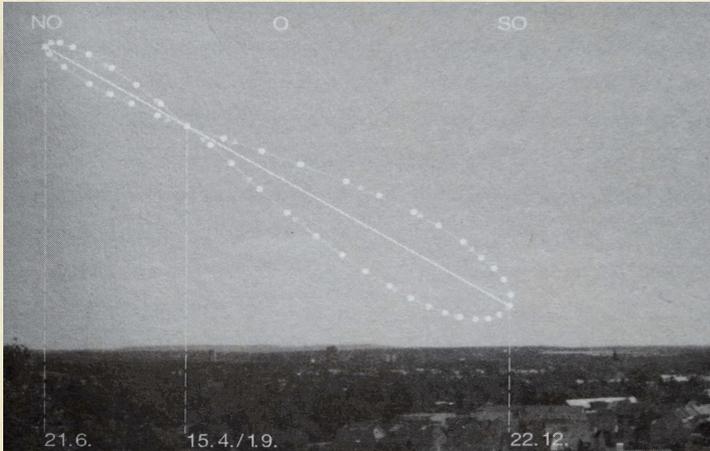
En la mayoría de las ocasiones en lugar de presentarse esta diferencia de tiempo utilizando una tabla, esta se representa utilizando la gráfica de la ecuación del tiempo.



Gráfica de la ecuación del tiempo

Fuente: Sundials their theory and construction, A. E. Waugh, [AEW]

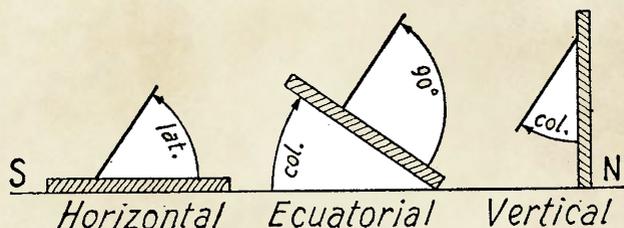
Esta gráfica se puede observar en el cielo a simple vista. Si en lugar de representar la gráfica empleando una línea de tiempo horizontal, plegamos la gráfica sobre si misma, obtenemos una forma de ocho o analema. Esta figura se aprecia en el movimiento del Sol en el cielo. Si a lo largo del año se toman fotografías de la posición del Sol en el horizonte a la misma hora y se superponen estas fotografías, la figura que se obtiene es el analema de la ecuación del tiempo.



Desplazamiento del Sol real respecto a la hora ficticia
Fuente: La música de las esferas, Rosa Marias Ros, [RMR]

LOS RELOJES SOLARES

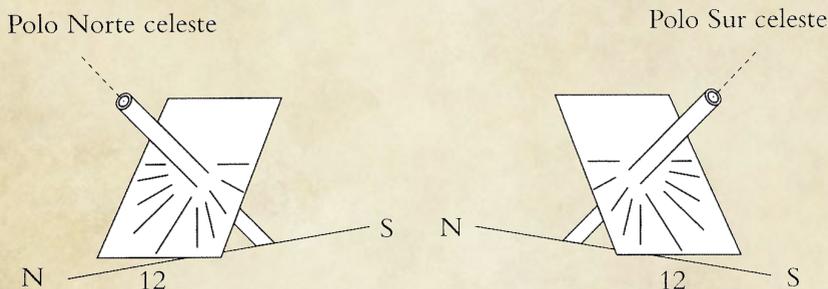
Aunque se pueden encontrar muchas variantes de relojes solares, existen tres familias básicas. Estas familias clasifican los relojes en función del plano que utilizan para indicar la hora, horizontal, vertical y ecuatorial.



Esquema de los tres tipos de relojes solares más comunes.

Fuente: PALAU, Miquel (1982), [PM]

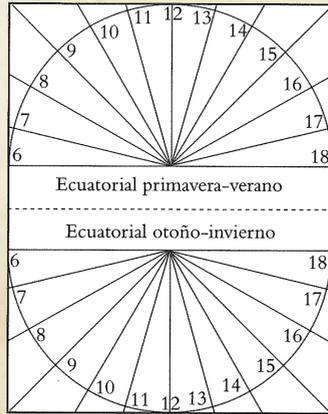
0.1.1 RELOJ ECUATORIAL



Fuente: La música de las esferas, Rosa Marias Ros, [RMR]

Se trata de los relojes más sencillos de construir y tienen la curiosidad de marcar la hora en la parte superior durante la época

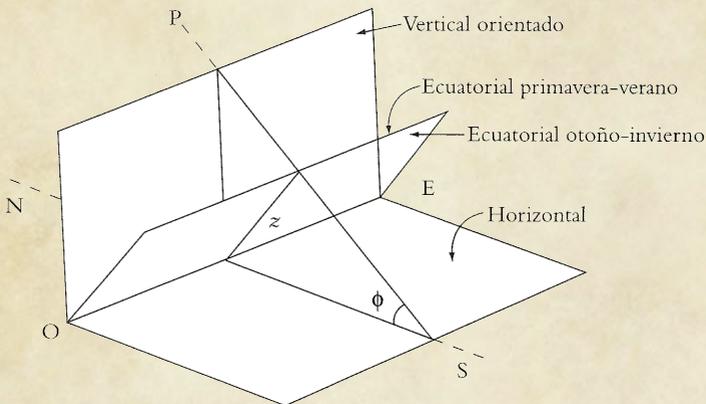
de primavera y verano y en la cara opuesta del plano en otoño e invierno.



En la construcción del reloj este se doblaría por la línea de puntos.

Fuente: La música de las esferas, Rosa Marias Ros, [RMR]

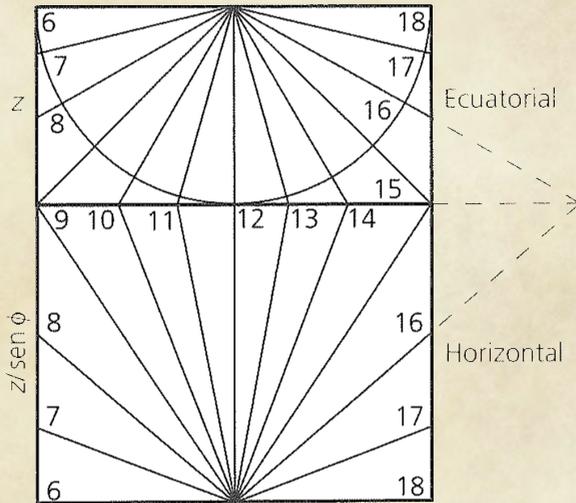
Los relojes horizontales y verticales orientados se obtienen a partir de este reloj utilizando proyecciones sobre los planos adecuados.



Fuente: La música de las esferas, Rosa Marias Ros, [RMR]

0.1.2 RELOJ HORIZONTAL

Los relojes horizontales se construyen con el plano paralelo al horizonte y el gnomon orientado hacia el polo norte o hacia la estrella Polar, para poder medir la hora solar verdadera en función de la posición del Sol en el cielo. Estos relojes utilizan una sombra proyectada por el gnomon sobre el plano horizontal para indicar la hora del día, y su diseño y ubicación deben tener en cuenta factores como la latitud del lugar, la declinación solar y la ecuación del tiempo para ofrecer mediciones precisas. Los relojes horizontales han sido utilizados desde la antigüedad y todavía se pueden encontrar en algunos lugares públicos y jardines



Fuente: La música de las esferas, Rosa Marias Ros, [RMR]

Las líneas horarias se obtienen utilizando la expresión

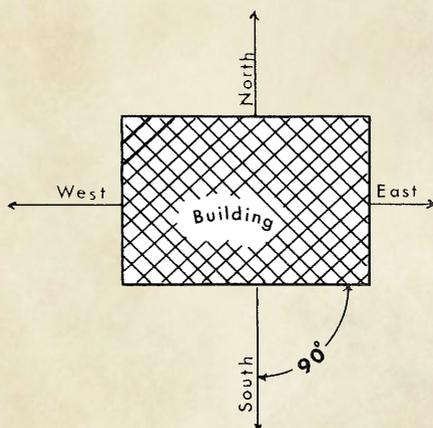
$$\tan(\psi) = \tan(\varphi) \operatorname{sen}(\phi)$$

donde ψ es el ángulo entre la línea de las doce y la línea horaria que queremos calcular, φ es el ángulo horario que se obtiene

multiplicando por 15 la diferencia de las horas y ϕ es la latitud del lugar. Los detalles para su construcción se pueden consultar en [AG].

0.1.3 RELOJ VERTICAL ORIENTADO

Los relojes solares verticales son los más comunes de encontrar, no obstante estos relojes tiene bastantes limitaciones dependiendo de la orientación que utilicen.



Fuente: Sundials their theory and construction, A. E. Waugh, [AEW]

Los relojes que se colocan en un edificio orientado a los cuatro puntos cardinales (como en la imagen anterior) se llaman relojes verticales de orientación directa. De las cuatro opciones, la mejor de las orientaciones es la orientación Sur, puesto que en este caso el reloj recibe la mayor cantidad de horas de luz posible.

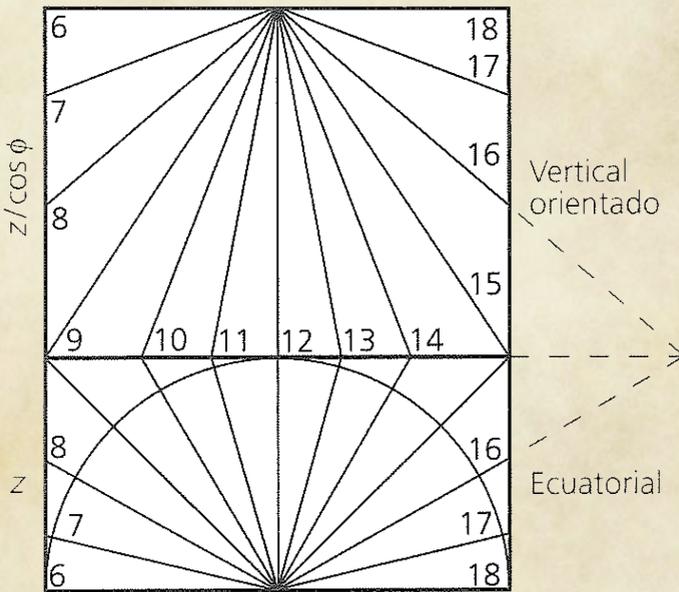
En los relojes verticales el gnomon se orienta utilizando la colatitud del reloj, es decir, con la inclinación dada por noventa grados menos la latitud del lugar.

Al construir un reloj vertical en una latitud específica φ , también podemos construir un reloj horizontal en la colatitud φ , que

es lo mismo que $90 - \varphi$. La gran diferencia entre los dos relojes es que en el vertical las horas irán en sentido contrario.

Las líneas horarias se deducen al igual que en el caso de los relojes horizontales proyectando las líneas del reloj ecuatorial sobre el plano vertical utilizando la fórmula

$$\tan(\psi) = \tan(\varphi) \operatorname{sen}(\phi).$$



Fuente: La música de las esferas, Rosa Marias Ros, [RMR]

Los relojes con orientación directa en cualquiera de las otras direcciones no reciben luz del Sol directa en ciertos momentos, haciendo que estos no se puedan utilizar.



Norte: los relojes con orientación directa al norte no se pueden utilizar durante el otoño y el invierno, puesto que en estas épocas del año no reciben luz solar directa. Además, durante la

primavera y el verano solamente marcan las primeras horas de la mañana y las últimas de la tarde.



Este: los relojes con orientación directa al este solo sirven para indicar las primeras horas de la mañana.



Oeste: los relojes con orientación directa oeste únicamente sirven para indicar las últimas horas de la tarde.

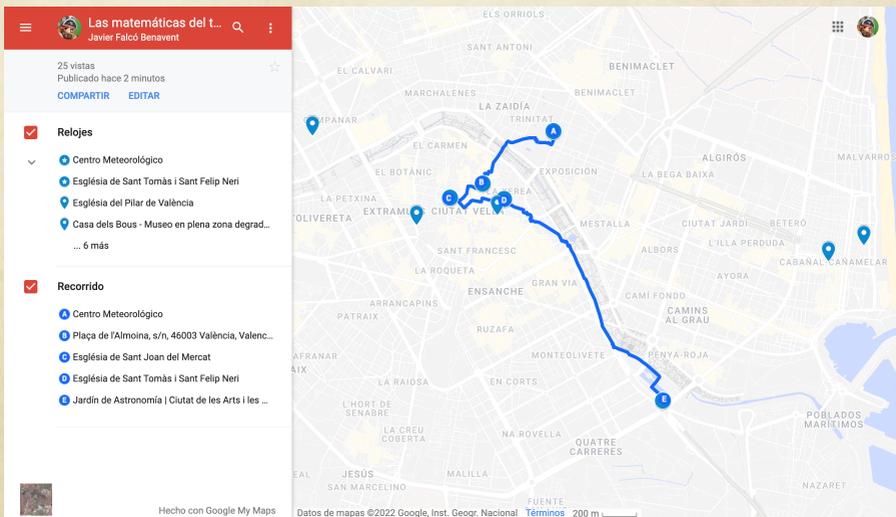
En el caso de los relojes que no están contruidos con orientación directa, las marcas de las horas han de adaptarse al movimiento del Sol y, por lo tanto, las marcas son distintas, como sucede por ejemplo en el reloj de la Asociación de Vecinos y Vecinas de Campanar.

PASEANDO ENTRE RELOJES

0.2 EN LA CIUDAD DE VALENCIA

En la ciudad de Valencia se encuentran ubicados varios relojes solares tanto de carácter histórico como moderno. Oficialmente, hay más de treinta relojes catalogados en la ciudad de Valencia y más de 700 en toda la comunidad.

En este recorrido visitaremos algunos de estos relojes.



Relojes solares en Valencia

- 📍 Centro Meteorológico
- 📍 Catedral la Seu
- 📍 Iglesia de Sant Joan del Mercat
- 📍 Iglesia de Sant Tomàs i Sant Felip Neri
- 📍 Jardín de Astronomía - Ciudad de las Artes y las Ciencias
- Asociación de vecinos i vecinas de Campanar
- C. del Mediterraneo, 13
- Casa dels Bous
- Iglesia del Pilar de Valencia
- Iglesia del Patriarca

El recorrido puede consultarse en la dirección web:

www.uv.es/falbe/pages/RelojesSolares.html

0.3 RECORRIENDO LA HUERTA NORTE

Existe también un itinerario para recorrer 18 relojes solares de la Huerta Norte de Valencia.



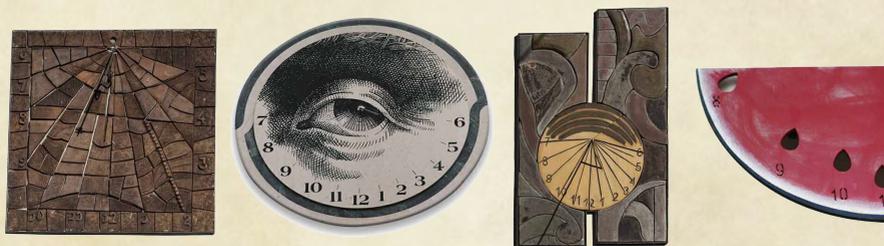
Relojes solares en la Huerta Norte de Valencia

Los detalles de la ruta puede consultarse en
www.uv.es/falbe/pages/RelojesSolares.html

0.4 OTOS, LA CIUDAD DE LOS RELOJES

El lugar cercano donde tienen un mayor protagonismo los relojes solares es la localidad de Otos, localizada en el Valle de Albaida. En esta localidad se encuentra la ruta al aire libre de los relojes solares, bajo el nombre “Otos, el pueblo de los relojes solares”. Esta ruta comenzó en el año 2005 con la instalación de ocho nuevos relojes solares de artistas valencianos con un gran prestigio nacional e internacional: Arcadi Blasco, Rafael Armengol, Manuel Boix, Toni Miró, Andreu Alfaro, Artur Heras, Elisa Martí i Rafael Amorós. Actualmente, la ruta cuenta con más de treinta relojes solares. La información de la ruta se puede consultar en

<https://www.otos.es/es/node/1367>.



Fuente: <https://www.otos.es/es/node/1367>.

0.5 EL RELOJ SOLAR PRECISO DEL MUNDO

El reloj de sol más grande y preciso del mundo está en Zaragoza. Se trata de un reloj horizontal con un dial horizontal en forma de arco y empotrado en el pavimento circundante. El gnomon tiene una longitud de 46 metros de largo y alcanza una altura de 30,343 metros en su extremo. El 10 de julio de 2013, la empresa Guinness World Record certificó que era el reloj solar más grande del mundo. Esto lo convierte en el reloj solar más preciso del mundo, con una desviación de unos pocos segundos.



GLOSARIO

Analema: gráfica de la ecuación del tiempo frente a la declinación del Sol.

Declinación: ángulo que va desde el ecuador celeste hasta el astro siguiendo el meridiano del astro (equivalente a la latitud terrestre). Se mide de 0 a 90 grados y es positiva en el hemisferio norte y negativa en el hemisferio sur.

Día solar: tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta sobre sí misma respecto al Sol. Dura 24 horas por término medio, dado que se trata de un movimiento que no es regular.

Ecuador celeste: es el plano que se obtiene en el espacio al prolongar el ecuador terrestre.

Equinoccio: momento en el que comienza la primavera o el otoño. Entonces el Sol pasa por el ecuador celeste y su declinación es cero.

Gnomon: En origen, la palabra gnomon (en griego : ‘guía’ o ‘maestro’) hace referencia a un objeto alargado cuya sombra se proyectaba sobre una escala graduada para medir el paso del tiempo.

Mediodía verdadero: momento en que el Sol pasa por el meridiano norte-sur.

Solsticio: momento en el que comienza el verano o el invierno. Entonces el Sol alcanza la máxima o la mínima altura sobre el horizonte al mediodía. Su declinación es también máxima ($23,5^\circ$) o mínima ($-23,5^\circ$).

BIBLIOGRAFÍA

- [AG] Alejandro Gangui, Triángulos, senos y tangentes: matemática simple para construir un reloj de Sol horizontal, Ciencia Hoy, 2012.
- [RMR] Rosa Marias Ros, La música de las esferas, astronomía y matemáticas, RBA, 2010.
- [AEW] Albert E. Waugh, Sundials their theory and construction, Dover Publications, 1973.
- [GCAC] Jardín de Astronomia, Ciudad de las Artes y las Ciencias, <https://www.cac.es/es/web/educacion/Jardines-del-Umbracle/jardin-de-astronomia.html>.
- [SCG] Sociedad Catalana de Gnomónica, <https://www.gnomonica.cat/index.php>.
- [PM] Miquel Palau y Claveras, Historia y trazado de los relojes de Sol al alcance de todos, Millà, 1982.
- [AARS] Asociación Amigos de los Relojes de Sol (AARS) <https://relojesdesol.info/>.

FICHAS
